Учреждение образования

«Белорусский государственный технологический университет»

**Лабораторная работа №3**

Метод ветвей и границ. Задача коммивояжера и методы ее решения.

Выполнил:

Студент 2 курса 4 группы ФИТ

Цывинская Алина Евгеньевна

2025 г.

**Лабораторная работа №3**

**Цель работы**: освоить общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решить задачу о коммивояжере данным методом, сравнить полученное решение задачи с комбинаторным методом перестановок.

**Задание 1.** Сформулировать условие задачи коммивояжера с параметром.

Найти оптимальный маршрут для коммивояжера, если известно, что кол-во городов равно 5, а расстояние между городами задается следующей матрицей d:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Город** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
| **1** |  | 2 \* n | 21 + n |  | n |
| **2** | n |  | 15 + n | 68 - n | 84 - n |
| **3** | 2 + n | 3 \* n |  | 86 | 49 + n |
| **4** | 17 + n | 58 - n | 4 \* n |  | 3 \* n |
| **5** | 93 - n | 66 + n | 52 | 13 + n |  |

где n – номер варианта или номер по журналу;

n = 12;

Задачу следует решить с использованием метода ветвей и границ.

**Ход решения:**

Имеем 5 городов, построим матрицу расстояний между городами:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 24 | 33 | INF | 12 |
| 2 | 12 | INF | 27 | 56 | 72 |
| 3 | 14 | 36 | INF | 86 | 61 |
| 4 | 29 | 46 | 48 | INF | 36 |
| 5 | 81 | 78 | 52 | 25 | INF |

Находим минимальное значение в каждой строке и выписываем его в отдельный столбец:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 24 | 33 | INF | 12 | 12 |
| 2 | 12 | INF | 27 | 56 | 72 | 12 |
| 3 | 14 | 36 | INF | 86 | 61 | 14 |
| 4 | 29 | 46 | 48 | INF | 36 | 29 |
| 5 | 81 | 78 | 52 | 25 | INF | 25 |
| **92** |

Производим приведение строк – из каждого элемента в строке вычитаем соответствующее значение найденного минимума.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 12 | 21 | INF | 0 | 12 |
| 2 | 0 | INF | 15 | 44 | 60 | 12 |
| 3 | 0 | 12 | INF | 72 | 47 | 14 |
| 4 | 0 | 17 | 19 | INF | 7 | 29 |
| 5 | 25 | 53 | 27 | 0 | INF | 25 |
| **92** |

Находим минимальные значения в каждом столбце. Эти минимумы выписываем в отдельную строку

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 12 | | | 21 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 15 | 44 | | 60 |
| 3 | 0 | 12 | | | INF | 72 | | 47 |
| 4 | 0 | 17 | | | 19 | INF | | 7 |
| 5 | 25 | 53 | | | 27 | 0 | | INF |
| 0 | | 12 | 15 | | | 0 | 0 | | 27 |

Вычитаем из каждого элемента матрицы соответствующее ему минимальные значения в каждом столбце.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | | | 3 | 4 | | 5 |
| 1 | INF | 0 | | | 6 | INF | | 0 |
| 2 | 0 | INF | | | 0 | 44 | | 60 |
| 3 | 0 | 0 | | | INF | 72 | | 47 |
| 4 | 0 | 5 | | | 4 | INF | | 7 |
| 5 | 25 | 41 | | | 12 | 0 | | INF |
| 0 | | 12 | 15 | | | 0 | 0 | | **27** |

Тогда корневой вершиной будет

**f=92+27=119.**

Для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0(0) | 6 | INF | 0(7) |
| 2 | 0(0) | INF | 0(4) | 44 | 60 |
| 3 | 0(0) | 0(0) | INF | 72 | 47 |
| 4 | 0(4) | 5 | 4 | INF | 7 |
| 5 | 25 | 41 | 12 | 0(56) | INF |

Выбираем нулевую клетку с наибольшей оценкой. Будем рассматривать дугу (5,4). Так как удаление дуги (5,4) позволяет получить саму большую константу приведения, т.е. увеличение нижней границы. Для этого заменим вес дуги (5,4) на знак “INF.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 6 | INF | 0 |
| 2 | 0 | INF | 0 | 44 | 60 |
| 3 | 0 | 0 | INF | 72 | 47 |
| 4 | 0 | 5 | 4 | INF | 7 |
| 5 | 25 | 41 | 12 | 0(56) | INF |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0 | 6 | 0 |
| 2 | 0 | INF | 0 | 60 |
| 3 | 0 | 0 | INF | 47 |
| 4 | 0 | 5 | 4 | INF |

Видим, что матрица уже является приведенной.

Значит снова для каждой нулевой клетки получившейся преобразованной матрицы находим «оценку». Полученную оценку записываем рядом с нулем, в скобках.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0(0) | 6 | 0(47) |
| 2 | 0(0) | INF | 0(4) | 60 |
| 3 | 0(0) | 0(0) | INF | 47 |
| 4 | 0(4) | 5 | 4 | INF |

Следовательно

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 5 |
| 1 | INF | 0(0) | 6 | 0(47) |
| 2 | 0(0) | INF | 0(4) | 60 |
| 3 | 0(0) | 0(0) | INF | 47 |
| 4 | 0(4) | 5 | 4 | INF |

Чтобы исключить подциклы, запретим следующие переходы: (4,1),

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | INF | 0 |
| 3 | 0 | 0 | INF |
| 4 | 0 | 5 | 4 |

Ту строку и тот столбец, где образовалось два знака «INF», полностью вычеркиваем.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 0 | INF | 0 |
| 3 | 0 | 0 | INF |
| 4 | 0 | 5 | 4 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| 2 | 0 | INF |
| 4 | INF | 5 |

Т.к. минимальное значение по столбцу 6, прибавляем к нашей нижней границе 5. φ=119+5=124.

**φ=119**

**φ=119+5**

**R**

**R (5, 4)**

**φ=119**

**R (5, 4) (1, 5)**

**φ=124**

**R (5, 4) (1, 5)**

**(4, 3)**

**φ=124+4=128**

**φ=124+9=133**

**R (5, 4)**

**R (5, 4)**

**(1, 5)**

**φ=124+124=248**

**R**

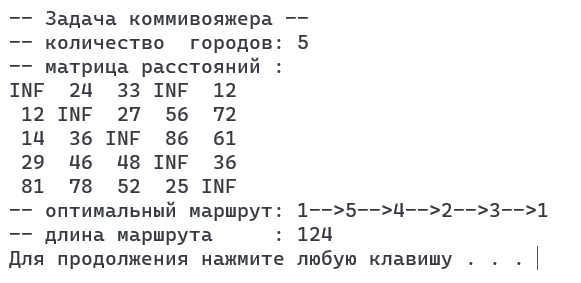
**(2, 1)**

**(3, 2)**

У нас остаются два маршрута (2,1) и (3,2).

**Решение** :(5,4), (4,3), (3,2), (2,1), (1,5),

**Длина оптимального маршрута: φ=124**



Вывод. В ходе лабораторной работы были освоены общие принципы решения задач методом ветвей и границ, решена задача коммивояжера данным методом, было сравнено полученное значение с комбинаторным методом перестановок.